

中国科学技术大学

2017—2018学年第一学期期末试卷补考试卷

考试科目 时间序列分析 得分

所在系 姓名 学号

考试时间: 2018年3月10日上午8:30—10:30; 使用简单计算器

一. (25分) 填空题(每题2分,答案请写在答题纸上):

1 某一观察值序列 t 期的附近观察值为 $x_{t-1} = 5, x_{t-1} = 5.4, x_t = 5.8, x_{t+1} = 6.2, x_{t+2} = 6.3$, 使用4期中心移动平均法估计 $\hat{x}_t =$ _____.

2 设ARMA(2, 1): $X_t = 0.5X_{t-1} + aX_{t-2} + \epsilon_t - 0.1\epsilon_{t-1}$, 当 a 满足_____时, 模型平稳.

3 设随机变量 U 与 V 独立同分布, 且二阶矩存在. 令 $X_t = U + Vt, t \in T$, 则序列 $\{X_t, t \in T\}$ 的自相关函数 $\rho(s, t) =$ _____.

4 设AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为 $X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$, 则 $\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k (\frac{1}{2})^k =$ _____.

5 写出季节模型ARIMA(0, 0, 1) $\times$ (0, 0, 1)₁₂的表达式_____, 并计算 $\rho_1 =$ _____, $\rho_{12} =$ _____, $\rho_{13} =$ _____.

6 某一观测值序列最后4期的观测值为 $x_{t-3} = 5, x_{t-2} = 5.4, x_{t-1} = 5.8, x_t = 6.2$, 使用4期移动平均法预测 $\hat{x}_t =$ _____.

7 $X_t \sim ARIMA(0, 1, 0)$, 把 X_t 称为_____, 其序列 X_t 的自相关 $\rho(s, t)$ 为_____. 为了检验序列是否是此ARIMA(0, 1, 0)序列, 我们会对序列进行_____检验. 该检验的备择假设为_____.

8 已知AR(1)模型: $X_t = 0.5 + 0.8X_{t-1} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. $EX_t =$ _____, 自相关系数 $\rho_1 =$ _____, 偏相关系数 $\phi_{11} =$ _____.

9 对于满足AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_t + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的序列 $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 来说, 已知 $X_t, X_{t-1}, \dots$ 时, $\hat{X}_l$ 的预测误差 $e_t(l)$ 的均方误差 $Ee_t(l)^2$ 趋于_____, $l \rightarrow \infty$. (用 X_t 的协方差函数表示)

二. (15分)简答题(每题5分,答案请写在答题纸上)

- 1 写出GARCH(p, q)模型.
- 2 写出ARIMA(1,1,1)模型.
- 3 写出平稳过程的定义.

三. (60分) 计算题(每题15分,答案请写在答题纸上):

1. 考虑如下的时间序列模型ARMA(1,2)

$$X_t = 0.8X_{t-1} + \epsilon_t + 0.7\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2}, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

- (1) 写出 k 阶自相关系数 $\rho_k, k \geq 0$ 满足的递推式.
- (2) 写出该模型的简便形式, 并说明该序列的平稳性和可逆性.
- (3) 如果是平稳的, 写出该模型的传递形式.

2. 设时间序列 $\{X_t\}$ 来自ARMA(2,1)过程, 满足

$$(1 - L + 0.5L^2)X_t = (1 + 0.4L)\epsilon_t.$$

其中 $\{\epsilon_t\}$ 是白噪声序列, 并且 $E\epsilon_t = 0, Var(\epsilon_t) = \sigma^2$. 判断该过程的平稳可逆性.

3. 下列样本的自相关系数和偏相关系数是基于零均值的平稳序列(样本量为500)计算得到的, 样本方差为2.997.

ACF: 0.340; 0.321; 0.370; 0.106; 0.139; 0.171; 0.081; 0.049; 0.124; 0.088; 0.009

PACF: 0.340; 0.494; 0.058; 0.086; 0.040; 0.008; 0.063; 0.025; 0.030; 0.032; 0.038

根据所给的信息, 给出模型的初步确定, 并且根据自己得到的模型给出相应的参数估计, 要求写出计算过程.

4. 考虑ARMA(1,1)序列

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 X_{t-1} + \epsilon_t + \theta_2 \epsilon_{t-1}, \epsilon_t \sim WN(0, 1),$$

- (1) 参数 $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 满足什么条件序列是平稳可逆的序列?
- (2) 求 $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 的矩估计, 给出推导过程.
- (2) 给定时间序列 $\{X_t, t \leq T\}$, 给出均方误差最小准则的 k 步线性预测 $\hat{X}_{T+k}$.