

中国科学技术大学

2017—2018学年第一学期试卷A卷

考试科目 时间序列分析 得分

所在系 姓名 学号

考试时间: 2017年12月11日上午9:00—11:50; 使用简单计算器

一、填空题(每空2分,答题请写在试卷上):

1 已知AR(1)模型: $X_t = 0.5 + 0.8X_{t-1} + \epsilon_t$, $\epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. $EX_t =$ _____, 自相关系数 $\rho_1 =$ _____, 偏相关系数 $\phi_{11} =$ _____.

2 写出季节模型 $ARIMA(0, 0, 1) \times (0, 0, 1)_{12}$ 的表达式 _____, 并计算 $\rho_1 =$ _____, $\rho_{12} =$ _____, $\rho_{13} =$ _____.

3 设随机变量 U 与 V 独立同分布, 且二阶矩存在. 令 $X_t = U + Vt, t \in T$, 则序列 $\{X_t, t \in T\}$ 的自相关函数 $\rho(s, t) =$ _____.

4 某一观测值序列 t 期的附近观测值为 $x_{t-2} = 5$, $x_{t-1} = 5.4$, $x_t = 5.8$, $x_{t+1} = 6.2$, $x_{t+2} = 6.8$, 使用4期中心移动平均法估计 $\hat{x}_t =$ _____.

5 平稳ARMA(2, q) 模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$$

平稳域为 _____, 均值为 _____.

6 $X_t \sim ARIMA(0, 1, 0)$, 把 X_t 称为 _____, 其序列 X_t 的自相关函数 $\rho(s, t)$ 为 _____. 为了检验序列是否是此ARIMA (0,1,0)序列, 我们会对序列进行 _____ 检验. 该检验的备择假设为 _____.

7 设平稳AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为 $X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$, 则 $\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k =$ _____.(假设 $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$ 已知)

8 对于满足平稳AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p}$$

的序列 $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 来说, 已知 $X_t, X_{t-1}, \dots$ 时, X_{t+l} 的最佳线性预测 $\hat{X}_t(l)$ 的预测误差 $e_t(l)$ 的均方误差 $E e_t(l)^2$ 趋于 _____, $l \rightarrow \infty$. (用 X_t 的协方差函数表示)

二. (20分) 考虑如下的时间序列模型ARMA(1,2)

$$X_t = 0.8X_{t-1} + \epsilon_t + 0.7\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

- (1) 求出 k 阶自相关系数 $\rho_k, k \geq 0$ 满足的递推式.
- (2) 写出该模型的简便形式, 并说明该序列的平稳性和可逆性.
- (3) 如果是平稳的, 写出该模型的传递形式.

三. (15分) 考虑ARMA(1,1)序列

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 X_{t-1} + \epsilon_t + \theta_2 \epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, 1),$$

- (1) 参数 $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 满足什么条件序列是平稳可逆的序列?
- (2) 求 $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 的矩估计, 给出推导过程.
- (3) 给定时间序列 $\{X_t, t \leq T\}$, 给出均方误差 (MSE) 最小准则的 k 步线性预测 $\hat{X}_{T+k}$.
- (4) 计算(3)式的预测的误差 $e_{T+k} = X_{T+k} - \hat{X}_{T+k}$ 的均值和方差.

四. (15分) 下列样本的自相关系数和偏相关系数是基于零均值的平稳序列(样本量为500)计算得到的, 样本方差为2.997,

ACF: 0.340; 0.321; 0.370; 0.106; 0.139; 0.171; 0.081; 0.049; 0.124; 0.088; 0.009;

PACF: 0.340; 0.494; 0.058; 0.086; 0.040; 0.008; 0.063; 0.025; 0.030; 0.032; 0.038

根据所给的信息, 给出模型的初步确定, 并且根据自己得到的模型给出相应的参数估计, 要求写出计算过程.

五. (20分) 考虑如下平稳时间序列模型

$$X_t = \epsilon_t - 0.4\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, 3)$$

令 $U_t = X_t + X_{t+1}$,

- (1) 仅依赖于 X_{t-1} 和 X_t 对 U_{t+1} 做最佳线性预测, 给出表达式, 并计算均方误差;
- (2) X_t 是可逆的MA序列吗? 写出逆转形式.
- (3) 基于 t 之前历史信息 $\{X_s, s \leq t\}$ 预测 U_{t+1} , 则最佳的线性预测是多少(求出表达式)? 均方误差是多少? 与(1)相比谁更优?