

高等实分析

1. $f \in L^1(U)$. 证明 $f^\varepsilon := \eta_\varepsilon * f \in C^\infty(U_\varepsilon)$.
2. $f \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$. $1 \leq p < \infty$. 证明 $\|f\|_{L^{p^*}} \leq C_{n,p} \|Df\|_{L^p}$
3. $A_k \subseteq \mathbb{R}^n$ $A_k \subseteq A_{k+1}$ 证明 $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{Cap}_p(A_k) = \text{Cap}_p\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right)$
4. $f \in W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ $1 \leq p < \infty$. 证明 $\exists$ Borel 集 $E \subseteq \mathbb{R}^n$ s.t. $\text{Cap}_p(E) = 0$ 且 $\lim_{r \rightarrow 0} \int_{B(x,r)} f dy$ 存在, for $x \in \mathbb{R}^n \setminus E$
5. BV_{loc} 结构定理.
6. $f_k \in BV(U)$ $f_k \rightarrow f$ in $L^1_{loc}(U)$ 则 $\|Df\|(U) \leq \liminf_{k \rightarrow \infty} \|Df_k\|(U)$.
7. $n \geq 2$. $\mathbb{R}^n$ $\text{Cap}_{p,1}(A) = 0$ if and only if $\mathcal{H}^{n-1}(A) = 0$
8. $\partial^* E$ 结构定理. ($\partial^* E = \bigcup_{i=1}^{\infty} K_i \cup N$, $\|\partial^* E\|(N) = 0$).

记录者: 老冯.