2022 级统计学专业《实用随机过程》期中考试试题

1. (20 分) 系统有两个编号为 1, 2 的服务台，第 i 号服务台给顾客提供的服务时间服从失效率为常数 λ_i 的指数分布, 其中 $i = 1, 2$, 不同顾客的服务时间相互独立. 采用先到先服务、后到排队的原则. 当 A 到达系统时, 发现 B 和 C 占据了两个服务台, 求 A 在系统中滞留时间 T 的期望.

2. (每小题 6 分, 总 24 分) 考虑一个 $M/G/\infty$ 系统, 顾客到达系统的规律可以用齐次 Poisson 过程来描述，单位时间内平均到达的顾客数为 5, 每个顾客需要服务员提供的服务时间相互独立, 服从区间 $(1,3)$ 上的均匀分布 系统有无穷多个服务员 (即顾客到达系统后立即能得到服务).
   (1) 求于 $(0,4]$ 到达, 且于时刻 5 未被服务完毕的顾客人数 M_1 服从的分布;
   (2) 求于 $(0,4]$ 到达, 且于 $(4,5]$ 内被服务完毕的顾客人数 M_2 服从的分布;
   (3) 求于 $(3,4]$ 到达, 且于时刻 5 未被服务完毕的顾客人数 M_3 服从的分布;
   (4) 判断 M_1, M_2, M_3 两两之间的独立性. .

3. (每小题 4 分, 总 16 分) 假设一个元件于时刻 0 开始投入使用，该元件易于受到外界的冲击, 时间单位按小时计算. 在时间段 $(0,3]$ 内冲击以每小时 2 个的泊松速率到达, 在时间段 $(3,6]$ 内冲击以每小时 3 个的泊松速率到达, 在其后的时间段 $(6,+\infty)$ 内冲击以每小时 1 个泊松速率到达. 泊松速率到达是指不可能有两个或多个冲击同时到达.
   (1) 问冲击到达可以用什么样的过程来描述？
   (2) 求时间段 $(2,4]$ 有 1 个冲击发生的概率.
   (3) 求时间段 $(2,4]$ 和 $(4,6]$ 中各有 1 个冲击发生的概率.
   (4) 求前 10 个小时之内到达冲击期望个数

4. (16 分) 以 $A(t)$ 和 $Y(t)$ 记一个更新过程在时刻 t 的年龄和剩余寿命, 且假设更新间隔服从参数为 λ 的指数分布，求 $\mathsf{P}(Y(t) > x | A(t+x) > s)$, 其中 $s < t + x$.

5. (每小题 6分, 总 24 分) 观察一列独立同分布的离散随机变量序列 $\{W_n, n \geq 1\}$, 已知

$$\mathsf{P}(W_1 = 0) = \frac{1}{6}, \quad \mathsf{P}(W_1 = 1) = \frac{1}{3}, \quad \mathsf{P}(W_1 = 2) = \frac{1}{2}.$$

   (1) 分别求等待花样 “121” 和花样 “212” 首次发生所需要的期望时间.
   (2) 给定花样 “121” 已发生，求等待花样 “212” 首次发生所需要的额外期望时间.
   (3) 求等待花样 “121” 或花样 “212” 首次发生所需要的期望时间.
   (4) 求花样 “121” 于花样 “212” 之前发生的概率.