

中国科学技术大学期末试卷
2021-2022 学年第二学期 A 卷

课程名称: 拓扑学 课程编号: 00101601
考试时间: _____ 考试形式: 闭卷
学生姓名: _____ 学 号: _____

1. (30 分) 填空:

- (a) 求基本群 $\pi_1(4T^2) =$ _____
(b) 求基本群 $\pi_1(2P^2) =$ _____
(c) 求基本群 $\pi_1(P^2 \vee P^2) =$ _____
(d) 求基本群 $\pi_1(S^1 \times P^2) =$ _____
(e) $n \geq 1$, 求同调群 $H_n(S^n) =$ _____
(f) 求同调群 $H_2(P^2) =$ _____
(g) 求同调群 $H_1(3T^2) =$ _____
(h) $P^2 \vee S^2$ 的泛覆盖空间为: _____
(i) 找一个非零调的拓扑空间 X , 任意连续映射 $f: X \rightarrow X$, f 有不动点。 _____
(j) $P: S^3 \rightarrow L(8, 1)$ 的覆盖变换群为: _____

2. (10 分) 若 $n \neq m$, 证明: E^n 与 E^m 不同胚。



3. (10分) 设 X 为球面 S^2 加一条直径, 作 X 的一个单纯剖分, 并根据单纯剖分求其同调群。

4. (10分)

(a) 设 x 是拓扑空间 X 的一点, V 是 x 的一个开邻域, 并有同胚映射 $f: V \rightarrow E^n_+$ 使得 $f(x) = 0$, 则 x 没有同胚于 E^n 的开邻域。

(b) 证明: 流形的边界为流形。



5. (10 分) X 为 E^3 去掉 3 条过原点的直线, 求 X 的基本群。

6. (10 分) 证明: $f: P^3 \rightarrow S^1$ 零伦。



7. (10 分) $f: S^n \rightarrow S^n$ 连续。证明:

(a) 若对任意 $x \in S^n$, $f(x) = f(-x)$, 证明: $\deg f$ 是偶数;

(b) 若对任意 $x \in S^n$, $f(x) \neq f(-x)$, 则 f 为满射。

8. (10 分) nT^2 为亏格为 n 的定向闭曲面。证明: 存在覆叠映射 $p: nT^2 \rightarrow mT^2$ 当且仅当存在正整数 k , $n = (m-1)k + 1$.

