# 2020年春季学期数学分析(A2)期末考试

主讲教师: 许斌、邓建松　整理人: 杨威

2020年9月8日

1. 极限$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2y^2}{x^4+y^4}$是否存在？

2. 泰勒展开$e^{x-y}$到二次项。

3. 计算$\int_\Gamma xz^2dx+yx^2dy+zy^2dz$, 其中$\Gamma=\{(x,y,z):x=t,y=t^2,z=t^3,0\le t\le 1\}$.

4. 计算积分$\int\int_{0\le x\le y\le 1}xy\ dxdy$.

5. 且$x^2+2y^2+3z^2=21$上与$x+4y+6z=0$平行的切平面。

6. 设$I=[0,1]\times[0,1]$, 函数$f$满足$\int_I f\ dxdy>1$. 证明：存在非零面积的矩形，$f$在这上面恒大于1.

7. 计算曲线$x^2+y^2-2z=0,\ x^2+xy+y^2-1=0$上与原点距离的极值。

8. 设$\Phi(x,y)=(e^x\cos y,e^x\sin y)$.

(1)证明：$\Phi$局部为单射且为开映射，但整体不是单射。

(2)设区域$D=\{(x,y)|(x-1)^2+y^2<1\}$. 求$\Psi$的显式表达式使得$\Psi(1,0)=(0,0)$, 且在$D$上有$\Phi\circ\Psi=$Id.

9. 设$\Sigma$为圆心在$(1,0,0)$半径为2的球面，$n$为其单位外法向量，向量场$E=\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}(x,y,z)$. 计算$\int_\Sigma E\cdot n\ dS$.

10. 设$A,B$为$\mathbb{R}^3\backslash\{0\}$上给定的两点，向量场$F=\frac{1}{x^2+y^2+z^2}(x,y,z)$, 计算$\int_A^B F\cdot dr$.

11. 证明流形上的黎曼可积是良好定义的，黎曼可积函数的积分值也是良好定义的。