

中国科学技术大学
2018-2019 学年第 2 学期期中试卷

整理: 邵锋 fshao99@gmail.com

课程名称: 概率论 日期: 2019 年 4 月 18 日 开课院系: 数学科学学院

姓名: _____ 学号: _____

题号	1	2	3	4	5	6	总分
分数							

1. 袋中有编号为 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 从中任取三个球, 用 X 表示取出的球中编号. 指出概率空间并求其上随机变量 X 的分布列.
2. 阿里巴巴全球数学竞赛分析、几何、代数、计算四个组别参赛人数比例分别为 20%、20%、30%、30%, 每个组别决赛获奖概率分别为 1%、1%、2%、2%. 若随机挑一个参赛者 (每人只能参加一个组别), 发现他获奖, 问他来自分析组概率多大?
3. 微信朋友圈单位时间分享的讯息条数服从参数为 λ 泊松分布, 若在相邻时间间隔内新增讯息条数是相互独立的, 求在两个单位的时间间隔内发现 k 条讯息的概率.
4. X, Y 为离散随机变量, 均值为零, 方差为 1, 协方差为 ρ , 证明
$$\mathbb{E}(\max\{|X|, |Y|\}) \leq \sqrt{1 + \sqrt{1 - \rho^2}}.$$
5. X, Y, Z 为整数值随机变量, 服从相同的分布, 若 X 与 Y 独立, 并且 XY 与 Z 同分布. 试回答
 - (1) 当 Z 取有限多个值时, 找出所有符合条件的非平凡分布.
 - (2) 当 Z 可能取无限多个值时, (1) 中结论是否成立?
6. 直线上简单随机游动 $S_n = \sum_{i=1}^n X_k, S_0 = 0$, 这里 $P(X_1) = p, P(X_1 = -1) = 1 - p, 0 < p < 1$. 试计算:
 - (1) 协方差 $Cov(S_m, S_n)$;
 - (2) 当 Y 服从参数为 p 的几何分布且与 $\{X_k\}$ 独立时, 方差 $Var(S_Y)$;
 - (3) 对正整数 k , S_{n+k} 关于 S_n 的条件分布列 $f_{S_{n+k}|S_n}$ 与条件期望 $\mathbb{E}(S_{n+k}|S_n)$;
 - (4) $P(S_1 \geq -1, S_2 \geq -1, \dots, S_{2n-2} \geq -1, S_{2n-1} = -1)$.