

# 2016 年中国科学技术大学自主选拔学业能力测试

## 物理探究

本试卷共七大题，满分100分。解答应写出必要的文字说明、方程式和主要演算步骤。

1. (12分) 利用图1(a)实验装置及数字化信息系统获得了小车加速度  $a$  与钩码的质量  $m$  的对应数据，如图1(b)所示。实验中小车（含发射器）的质量为  $M = 200\text{g}$ ，实验时选择了不可伸长的轻质细绳和轻的定滑轮，小车加速度由位移传感器及其相连的计算机得到。回答下列问题：

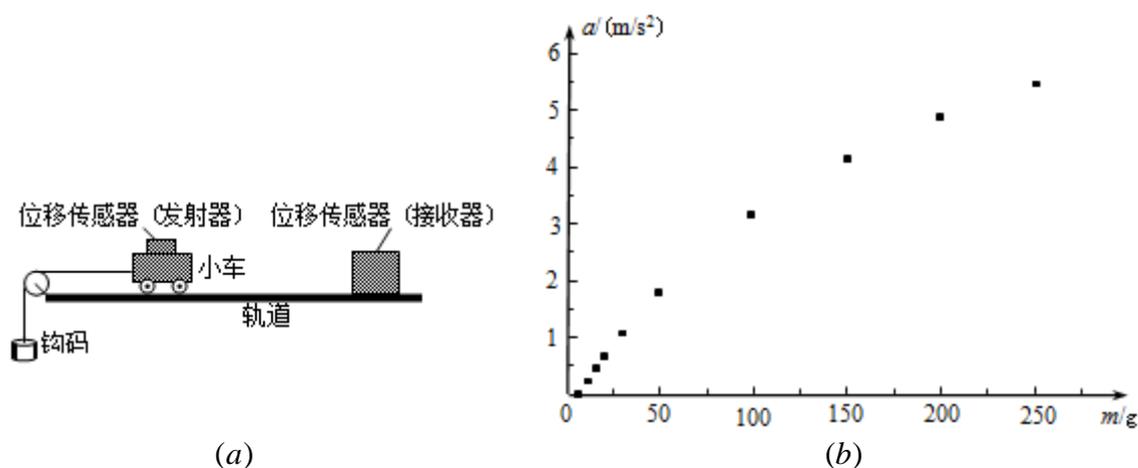


图1：实验装置  $a - m$  及其关系图

- (1) 根据该实验数据的结果，小车的加速度  $a$  与钩码的质量  $m$  的关系如何？
- (2) 由图1(b)可知， $a - m$  图线不经过原点，可能的原因是什么？如何消除？
- (3) 若利用该实验装置来验证“在小车质量不变的情况下，小车的加速度与作用力成正比”的结论，并直接以钩码所受重力  $mg$  作为小车受到的合外力，则实验中应采取何改进措施？

**解析** (1) 小车的加速度  $a$  与钩码的质量  $m$  成非线性关系。

(2)  $a - m$  图线不经过原点的原因是在存在摩擦力，调节轨道的倾斜度以平衡摩擦力。

(3) 钩码的质量  $m$  应远小于小车的质量  $M$ 。

2. (15分) 在内截面面积为  $S$  的长直均匀玻璃管里用水银柱封闭一定质量的空气，然后竖直倒插入水银槽内，稳定时露出槽内水银面的水银柱高为  $h$ 。

- (1) 试求玻璃管顶离槽内水银面的高度  $H$  与管内的空气压强  $p$  的关系；

(2) 保持温度  $T$  不变, 慢慢向上稍微提升玻璃管 (管口仍在槽内水银面下), 管内的空气的体积  $V$  和压强  $p$  以及水银柱高度  $h$  各自如何变化?

(3) 若开始时管内没有封入空气, 倒插后提升玻璃管, 水银柱高度如何变化?

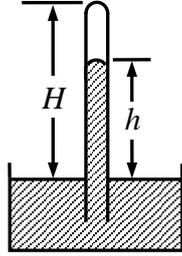


图 2

**解析** (1) 根据理想气体状态方程, 有

$$p(H-h)S = C \quad (\text{常量}).$$

(2) 高度  $h$  增大, 压强  $p$  减小, 体积  $V$  增大.

(3) 在玻璃管足够长的条件下, 水银柱的高度先增大后不变.

3. (18分) 劲度系数为  $k = 1\text{N/m}$  的轻弹簧连接着两个质量均为  $m = 2\text{kg}$  的小球, 静止于光滑水平桌面上. 另一质量为  $M = 10\text{kg}$  的小球 1, 以速度  $v_0$  撞向小球 2,  $v_0$  的方向沿着两小球 2 和 3 的连线方向, 设碰撞为弹性的且碰撞时间极短.

(1) 试问第一次碰撞刚结束时三个小球的速度分别是多少?

(2) 第一次碰撞后, 小球 1、2 有可能再次发生碰撞, 试求第一次碰撞与可能的第二次碰撞之间小球 1、2 的位置随时间的变化关系;

(3) 试由前面的结论判断小球 1、2 是否会发生第二次碰撞? 如果发生, 试估算前两次碰撞之间的时间间隔约为多少? 如果不会发生, 解释原因.

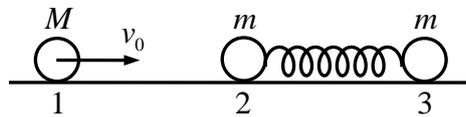


图 3

**解析** (1) 对小球 1、2 组成的系统, 根据动量守恒定律和机械能守恒定律, 有

$$Mv_0 = Mv_1 + mv_2, \quad \text{①}$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2. \quad \text{②}$$

联立①②式, 得

$$v_1 = \frac{M-m}{M+m}v_0 = \frac{2}{3}v_0,$$

$$v_2 = \frac{2M}{M+m}v_0 = \frac{5}{3}v_0.$$

(2) 小球1的位置随时间的变化关系为

$$x_1 = \frac{2}{3}v_0t.$$

小球2、3组成的系统不受外力,故质心做匀速直线运动,质心速度为  $v_C = \frac{mv_2}{m+m} = \frac{5}{6}v_0$ .以

质心为参考系,小球2做简谐运动且对应的弹簧劲度系数为  $2k$ ,则  $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ ,

$A = \frac{v_2 - v_C}{\omega} = \frac{5}{6}v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}$ .所以小球2的位置随时间的变化关系为

$$x_2 = \frac{5}{6}v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}\sin\sqrt{\frac{2k}{m}}t.$$

(3) 若小球1、2发生第二次碰撞,则  $x_1 = x_2$ ,即

$$\frac{2}{3}v_0t = \frac{5}{6}v_0t + \frac{5}{6}v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}\sin\sqrt{\frac{2k}{m}}t.$$

化简,得

$$-t = 5\sin t.$$

求解超越方程,得

$$t = 4.1s.$$

4. (15分) 电鳗、电鳐等电鱼能借助起电斑的生物电池产生电流.起电斑是生理发电装置.如图4所示的南美洲电鳗体中的起电斑并排成140行,每行串有5000个起电斑,沿着身体延伸分布.经检测,每个起电斑能产生0.15V的电动势并具有0.25Ω的内阻.该起电斑阵列一端在该动物的头部而另一端接近其尾部,籍电鳗周围的水形成回路.此种装置能击晕或击毙游近电鳗的鱼,但不会伤害自己.试定量解释这两方面的原因,假设电鳗周围的水具有等效电阻800Ω.

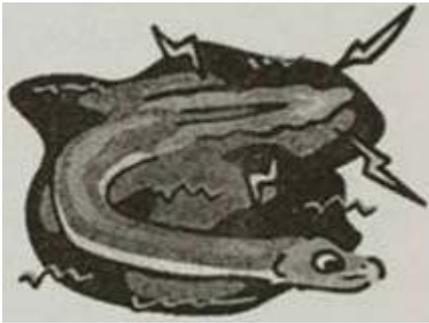


图4

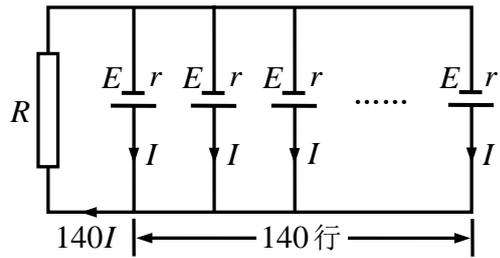


图5

**解析** 等效电路如图5所示，每行电动势  $E = 0.15\text{V} \times 5000 = 750\text{V}$ ，内阻  $r = 0.25\Omega \times 5000 = 1250\Omega$ ，等效电阻  $R = 800\Omega$ 。根据基尔霍夫定律，有

$$E = 140IR + Ir.$$

解得

$$I = \frac{1}{151}\text{A}.$$

所以等效电阻两端的电压  $U_R = 140IR \approx 741.72\text{V}$ ，内阻电压  $U_r = Ir \approx 8.28\text{V}$ 。可见，电鳗周围的水中的电压很大，而电鳗体内的电压很低，电流很小。

5. (12分) 一金属导线单位长度的电阻为  $\rho$ ，折成等腰三角形，直角边长  $a$ ，在  $t = 0$  时刻从图示位置开始以匀速  $v$  进入以  $B = B_0 - kt$  规律变化的均匀磁场中，其中  $k$  为大于零的常数。当三角形的水平直角边进入一半时，求：

- (1) 导线内的动生电动势；
- (2) 导线内的感生电动势；
- (3) 导线内的电流强度。

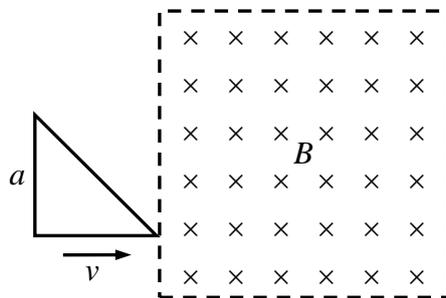


图6

**解析** (1) 当三角形的水平直角边进入一半时，磁感应强度为

$$B = B_0 - k \cdot \frac{a}{2v}.$$

则动生电动势为

$$E_{\text{动}} = B \cdot \frac{a}{2} \cdot v = \frac{B_0 av}{2} - \frac{ka^2}{4}.$$

(2) 感生电动势为

$$E_{\text{感}} = \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \cdot S = \frac{1}{8} ka^2.$$

(3) 感应电动势为

$$E = |E_{\text{动}} - E_{\text{感}}| = \left| \frac{B_0 av}{2} - \frac{3ka^2}{8} \right|.$$

则电流强度为

$$I = \frac{E}{R} = \frac{\left| \frac{B_0 av}{2} - \frac{3ka^2}{8} \right|}{(2 + \sqrt{2})a\rho} = \frac{|4B_0 v - 3ka|}{8(2 + \sqrt{2})\rho}.$$

6. (10分) 三棱镜的顶角  $\alpha$  为  $60^\circ$ ，在三棱镜两侧对称位置上放置焦距均为  $f = 30\text{cm}$  的两个完全相同的凸透镜  $L_1$  和  $L_2$ 。若在前焦平面上距主光轴下方  $h = 15\text{cm}$  处放一单色光源  $S$ ，发现其像  $S'$  与  $S$  对于该光学系统是左右对称的。试求该三棱镜的折射率  $n$ 。

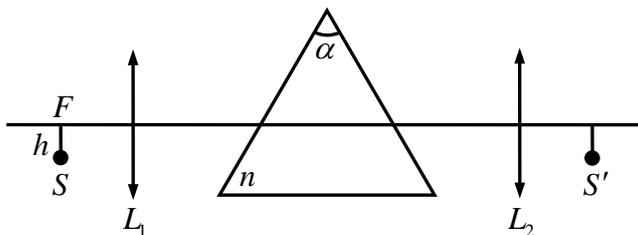


图 7

**解析** 根据对称性作出通过凸透镜光心的光线，如图 8 所示。根据折射定律，有

$$n = \frac{\sin(\theta + \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (1)$$

根据几何关系，有

$$\sin \theta = \frac{h}{\sqrt{h^2 + f^2}}, \quad (2)$$

$$\cos \theta = \frac{f}{\sqrt{h^2 + f^2}}. \quad (3)$$

联立①②③式，得

$$n = 1.67.$$

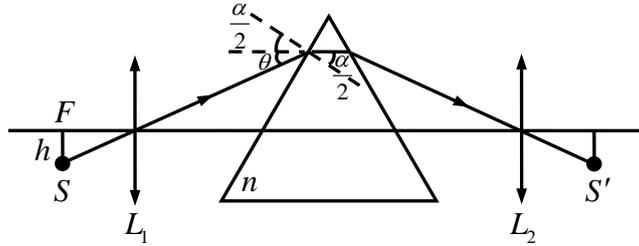


图8

7. (18分) 在一个验证光的波粒二象性的康普顿散射实验中，具有电子静止能量的硬光子射向静止的电子。碰撞后光子的动量为反冲电子动量的一半，求反冲电子的运动速度。

**解析** 设碰撞后反冲电子的动量为  $p$ ，则光子的动量为  $\frac{1}{2}p$ 。根据能量守恒定律，有

$$2m_0c^2 = \frac{1}{2}pc + \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}.$$

式中  $m_0$  表示电子的静止质量。

解得

$$p = \frac{2\sqrt{13}-4}{3}m_0c. \quad (1)$$

设反冲电子的速度为  $v$ ，则有

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \cdot v. \quad (2)$$

联立①②式，得

$$v = 0.73c.$$