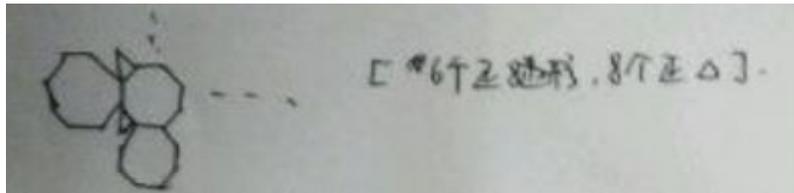


中国科学技术大学2014级新生入学考试 数学学科

考试时间2小时

一、填空题

- 1、 $y = \cos(\pi x), x \in (2013, 2014]$ 的原函数是?
- 2、某空间几何体展开如下, 问有多少条棱?



第2题图, 来自贴吧

- 3、除去 $x = 1$ 之外, 问圆 $x^2 + y^2 = 1, (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ 的公切线方程是?
- 4、今有三个样本点: $x = 1.0, y = 0.9; x = 2.0, y = 1.9; x = 3.0, y = 3.2$, 问它们的回归直线方程是?
- 5、 $y = \sin(wx + \phi), y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 图像关于 $x = -1$ 对称, 问所有可能的 $\phi \in (0, 2\pi)$ 是?
- 6、向量 $v = (1, 2)$ 绕点 $(1, 1)$ 顺时针旋转45度所得向量是?
- 7、不等式 $|2x - y| + |x - 2y| \leq 3$ 表示的平面区域面积是?
- 8、设离散型随机变量 ζ 满足数学期望 $\mathbb{E}(\zeta) = 1$, 方差 $D(\zeta) = 2$, 问 $\mathbb{E}(\zeta^2) = ?$

二、解答题

9. 设圆 $C: x^2 - 2x + y^2 - 2y + 1 = 0$ 内位于直线 $L: y = x \tan \theta$ 下方的面积是 $S(\theta), \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$. 求 $S(\theta)$ 的解析式, 说明 $S(\theta), S'(\theta)$ 的单调性, 作 $S(\theta)$ 草图.

10.) 证明椭圆的光学性质, 即从一个焦点发出的光线, 经椭圆边界反射之后, 必然通过另一个焦点.

11. 初始时, 甲盒子里有5个红球, 乙盒子里面有5个白球. 每次操作从甲乙两盒中同时分别取出一个球, 并放入另一个盒子. n 次操作后, 设甲中有 X_n 个红球, 问 $X_1, X_2, \lim_{n \rightarrow +\infty} X_n$ 分布列、数学期望. 并探究 X_n 分布列、数学期望的求法.