

中国科学技术大学2013级新生入学考试

数学学科

本试卷共六题，每题20分，共120分

2013年8月17日15:00-17:00

- 一、 $\triangle ABC$ 中， D 为 BC 中点， $AB=5$ ， $AC=7$ ， $AD=4$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。
- 二、正方体 $ABCD-EFGH$ 棱长为1， P, Q 为 AB, CB 中点，求平面 HPQ 截该正方体所得面积。
- 三、抛物线 $y=x^2$ 交一圆与四点 A, B, C, D ，证明： AB, CD 斜率互为相反数。
- 四、试求 a 范围，使得关于 x 的一元三次方程 $x^3+ax^2+1=0$ 有唯一实根。
- 五、数列 a_n 满足： $a_1=1, a_{n+1}=a_n+2n+1$ ，证明：

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} < \frac{5}{3}$$

- 六、设集合 $I = \{1, 2, \dots, n\}$ ， $A, B \subseteq I, |A| = |B| = k$ ，若正整数 n, k 给定($1 \leq k \leq n$)，令 $\xi = |A \cap B|$ ，求 ξ 的分布列和数学期望